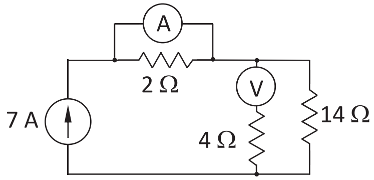
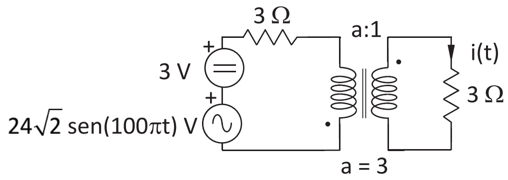
Cuestión 1: *(1 punto)* Calcular las medidas del voltímetro y amperímetro en el siguiente circuito.

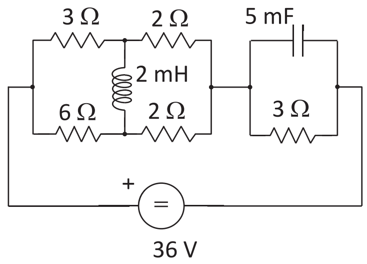
a) Cuando ambos instrumentos tienen un comportamiento ideal.
b) Cuando la resistencia interna del amperímetro vale 1 Ω y la del voltímetro vale 10 Ω.



Cuestión 2: *(1 punto)* Calcular la intensidad i(t) del circuito de la figura. El circuito se encuentra en régimen estacionario.



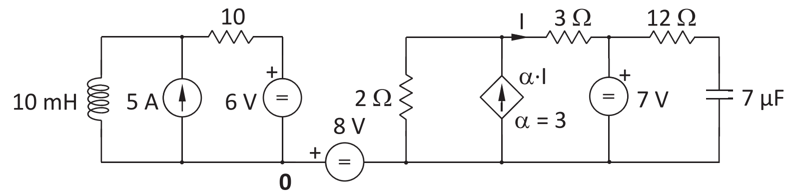
Cuestión 3: *(1 punto)* Dado el circuito de la figura, calcular: la energía almacenada en el condensador y la energía almacenada en la bobina en t = 10 s. El circuito se encuentra en estado estacionario y la fuente es de corriente continua.



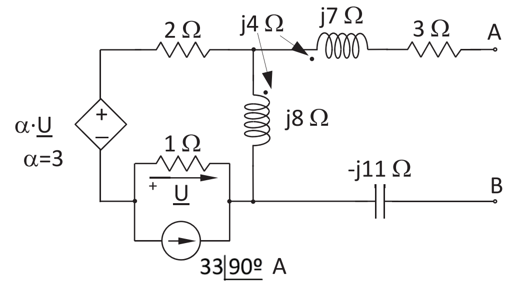
Cuestión 4: *(1 punto)* Si se alimenta una impedancia con una tensión continua de 230 V absorbe una potencia de 13225 W. Si esta misma impedancia se alimenta con una tensión sinusoidal de 230 V y 50 Hz, absorbe una potencia activa de 8464 W y absorbe una determinada potencia reactiva. Calcular los valores de los elementos que constituyen dicha impedancia y dibujarlos.

Problema 1: *(3 puntos)* Dado el circuito de la figura, utilizando el ***método de análisis por nudos*** y tomando el **nudo 0** como **nudo de referencia**: (las fuentes son de corriente continua y el circuito se encuentra en régimen estacionario)

a) Calcular las potencias cedidas por las fuentes.
b) Calcular las potencias absorbidas por todos los elementos pasivos.
c) Comprobar que se verifica el balance de potencias en el circuito.



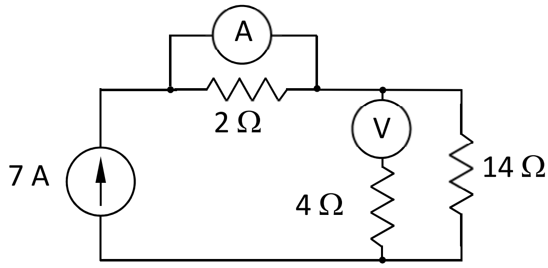
Problema 2: *(3 puntos)* Calcular la impedancia compleja que conectada entre los terminales A y B del dipolo de la figura absorbe la máxima potencia activa. Calcular dicha potencia.



Cuestión 1: Calcular las medidas del voltímetro y amperímetro en el siguiente circuito.

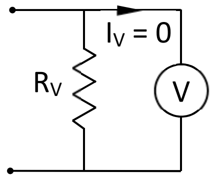
a) Cuando ambos instrumentos tienen un comportamiento ideal.

b) Cuando la resistencia interna del amperímetro vale 1 Ω y la del voltímetro vale 10 Ω.

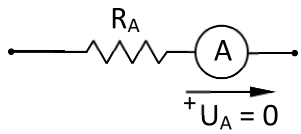


<u>Solución:</u>

El circuito que modela el comportamiento de un voltímetro es:



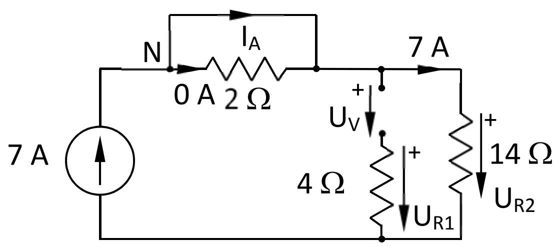
mientras que el circuito que modela el comportamiento de un amperímetro es:



siendo R_V y R_A las *resistencias internas* del voltímetro y del amperímetro, respectivamente.

De esta manera, un voltímetro puede considerarse ideal si su resistencia interna es $R_V = \infty$, y un amperímetro puede considerarse ideal si su resistencia interna vale $R_A = 0\ \Omega$.

a) Si ambos instrumentos de medida son ideales, y considerando lo visto anteriormente, el circuito se puede dibujar como sigue:



Al estar en paralelo con un cortocircuito, no circula intensidad por la resistencia de 2 Ω. Aplicando la 1ª LK al nudo *N*, se obtiene la lectura del amperímetro:

$$I_A = 7 - 0 = 7A$$

Para calcular la lectura del voltímetro, se aplica la 2ª LK a la trayectoria cerrada de la derecha del circuito:

$$U_V = U_{R2} - U_{R1}$$

Como por la resistencia de 4 Ω no circula corriente, no hay tensión entre sus bornes, esto es U_{R1} = 0 V, mientras que la tensión en bornes de la resistencia de 14 Ω se determina aplicando la ley de Ohm.

$$U_{R2} = 14 \cdot 7 = 98\,V$$

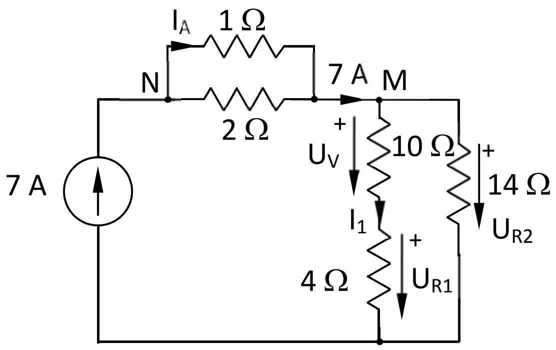
Así pues, la medida del voltímetro es:

$$U_V = U_{R1} + U_{R2} = 98\,V$$

Resumiendo, si los instrumentos son ideales:

$$I_A = 7\,A$$
$$U_V = 98\,V$$

b) Si ambos instrumentos de medida son reales, con resistencias internas R_V = 10 Ω y R_A = 1 Ω, el circuito se puede dibujar como sigue:



Aplicando la expresión del divisor de intensidad en el nudo *N*, puede determinarse la medida del amperímetro:

$$I_A = 7\frac{\frac{1}{1}}{\frac{1}{1}+\frac{1}{2}} = 4{,}66\,A$$

Por otra parte, aplicando la expresión del divisor de intensidad en el nudo *M* se tiene:

$$I_1 = 7\frac{\frac{1}{10+4}}{\frac{1}{10+4}+\frac{1}{14}} = 3{,}5\,A$$

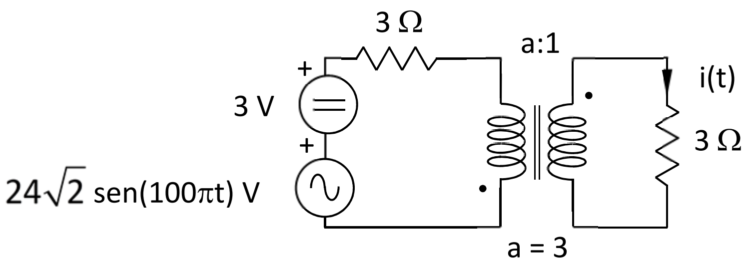
Y, en consecuencia, la medida del voltímetro en estas condiciones es:

$$U_V = 3{,}5 \cdot 10 = 35\,V$$

Resumiendo, si los instrumentos son reales:

$$I_A = 4{,}66\,A$$
$$U_V = 35\,V$$

Cuestión 2: Calcular la intensidad i(t) del circuito de la figura. El circuito se encuentra en régimen estacionario.

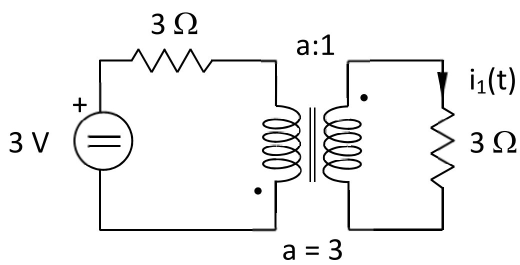


<u>*Solución:*</u>

El circuito contiene dos fuentes de tensión, una de corriente continua y otra cuya forma de onda es sinusoidal. Si se desea emplear el método simbólico para analizar el circuito, al haber en éste dos fuentes de distinta pulsación será necesario hacerlo aplicando el Tma de superposición. Según dicho teorema, la respuesta total del circuito se calcula como la suma de las respuestas de dicho circuito cuando actúa cada fuente por separado.

Subcircuito 1: Se considera que actúa la fuente de continua y se anula la fuente sinusoidal.

Fuente de tensión sinusoidal = 0 ⇒ Cortocircuito

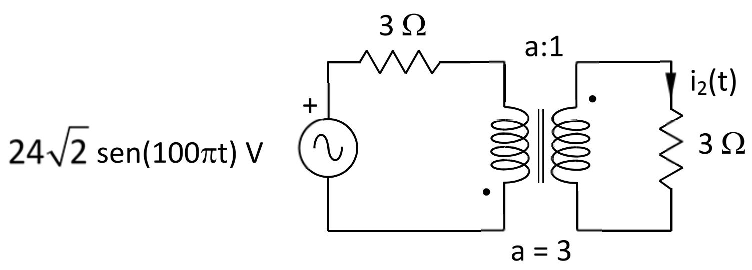


Como la fuente es de corriente continua, la intensidad que circula por la parte izquierda del circuito es constante, por lo que el flujo magnético que se crea en el primario del transformador es también constante. Esto significa que la derivada respecto del tiempo de dicho flujo es cero y, de acuerdo con la ley de inducción de Faraday, no se induce tensión en el devanado secundario del transformador. De acuerdo con esto, la intensidad que circula por el lado del secundario es cero *(ver Problema 2.4 del libro: "Problemas de Fundamentos de Electrotecnia", CUD Textos Docentes 10, pág. 24)*.

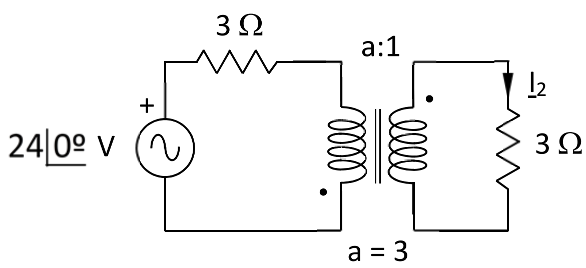
$$i_1(t) = 0\ A$$

Subcircuito 2: Se considera que actúa la fuente sinusoidal y se anula la fuente de corriente continua.

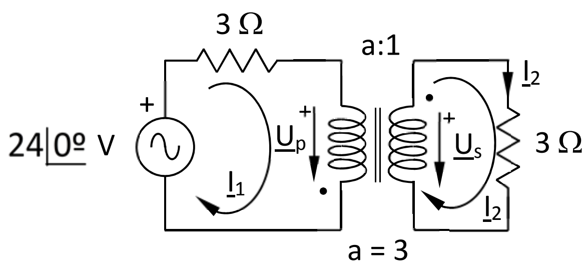
Fuente de tensión continua = 0 ⇒ Cortocircuito



Pasando el circuito al campo complejo (método simbólico):



Analizando el circuito por mallas:



se llega a las siguientes ecuaciones:

Malla1: $3\underline{I}_1 + \underline{U}_p - 24\underline{|0º} = 0$

Malla2: $3\underline{I}_2 - \underline{U}_s = 0$

Ecs del transformador (para las refs. indicadas): $\left\{ \begin{array}{l} \dfrac{\underline{U}_p}{\underline{U}_s} = -3 \quad \Rightarrow \quad \underline{U}_p = -3\underline{U}_s \\ 3\underline{I}_1 + \underline{I}_2 = 0 \quad \Rightarrow \quad 3\underline{I}_1 = -\underline{I}_2 \end{array} \right.$

Resolviendo el sistema de ecuaciones se obtiene que:

$$\underline{I}_2 = -(2{,}4\underline{|0º}) = 2{,}4\underline{|180º}\ A$$

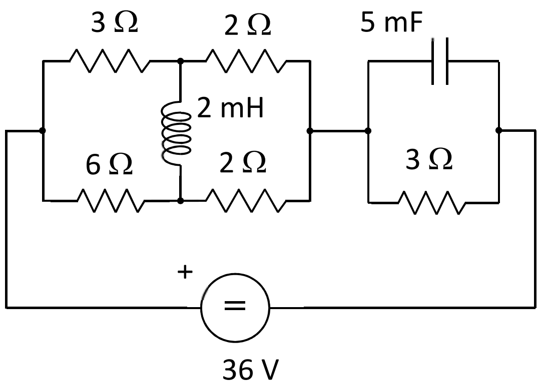
Transformando este fasor al dominio del tiempo, se obtiene la respuesta del subcircuito 2:

$$i_2(t) = 2{,}4\sqrt{2}\ sen(100\pi t + \pi)\ A$$

Aplicando el *teorema de superposición*, la respuesta $i(t)$ del circuito es:

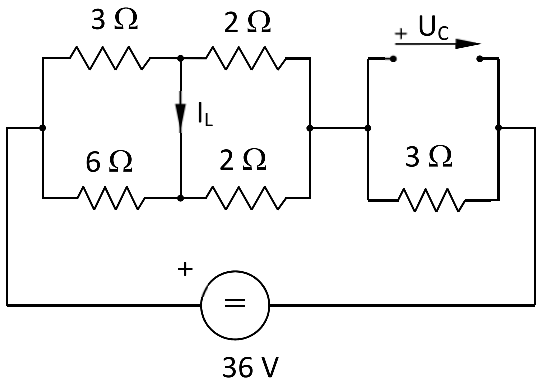
$$i(t) = i_1(t) + i_2(t) = 0 + 2{,}4\sqrt{2}\ sen(100\pi t + \pi)\ A$$

Cuestión 3: Dado el circuito de la figura, calcular: la energía almacenada en el condensador y la energía almacenada en la bobina en t = 10 s. El circuito se encuentra en estado estacionario y la fuente es de corriente continua.



<u>*Solución:*</u>

Como la fuente de tensión es de corriente continua, y el circuito se encuentra en estado estacionario, la bobina se comporta como un cortocircuito y el condensador como un circuito abierto. De esta manera, el circuito queda:



La energía almacenada en el condensador en *t* = 10 s vale:

$$w_C(t=10)=\frac{1}{2}CU_C^2$$

donde U_C es constante y, por tanto, independiente del tiempo.

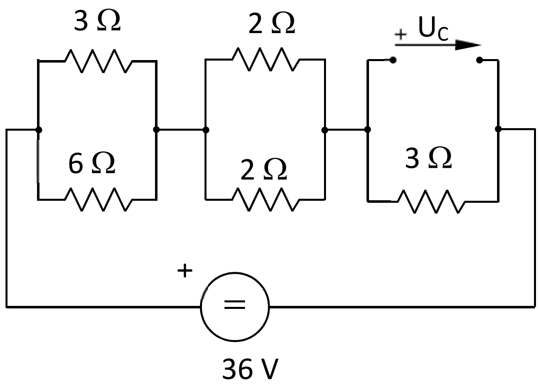
Análogamente, la energía almacenada en la bobina en *t* = 10 s vale:

$$w_L(t=10)=\frac{1}{2}LI_L^2$$

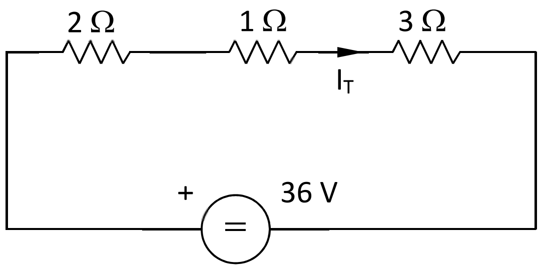
donde I_L es constante y, por tanto, independiente del tiempo.

Así pues, es necesario calcular la tensión en bornes del condensador y la intensidad que circula por la bobina.

El circuito puede dibujarse como:



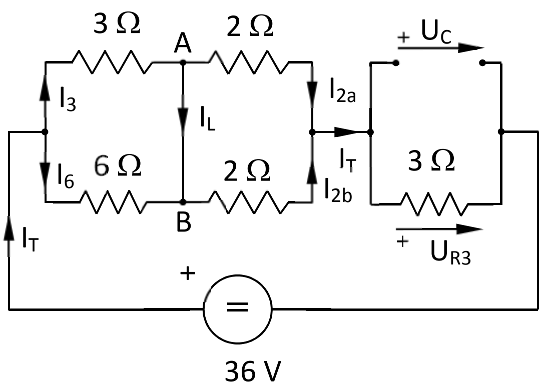
Agrupando resistencias:



La intensidad que circula por el circuito vale:

$$I_T = \frac{36}{2+1+3} = 6\ A$$

Entonces, las intensidades que circulan por el circuito y la tensión en bornes del condensador se calculan:



Aplicando divisores de intensidad:

$$I_3 = 6\,\frac{\frac{1}{3}}{\frac{1}{3}+\frac{1}{6}} = 4\ A \qquad I_6 = 6\,\frac{\frac{1}{6}}{\frac{1}{3}+\frac{1}{6}} = 2\ A$$

$$I_{2a} = 6\,\frac{\frac{1}{2}}{\frac{1}{2}+\frac{1}{26}} = 3\ A \qquad I_{2b} = 6\,\frac{\frac{1}{2}}{\frac{1}{2}+\frac{1}{2}} = 2\ A$$

Aplicando la 1ª LK en el nudo A se tiene, o la 1ª LK en el nudo B:

$$I_L = I_3 - I_{2a} = 4 - 3 = 1\,A$$
$$I_L = I_{2b} - I_6 = 3 - 2 = 1\,A$$

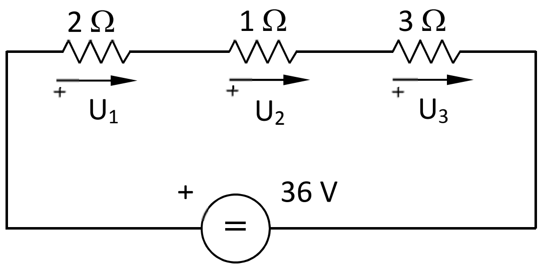
Y aplicando la 2ª LK a la trayectoria de la derecha del circuito:

$$U_C = 3 \cdot I_T = 18\,V$$

Así pues, las energías almacenadas en el condensador y en la bobina valen:

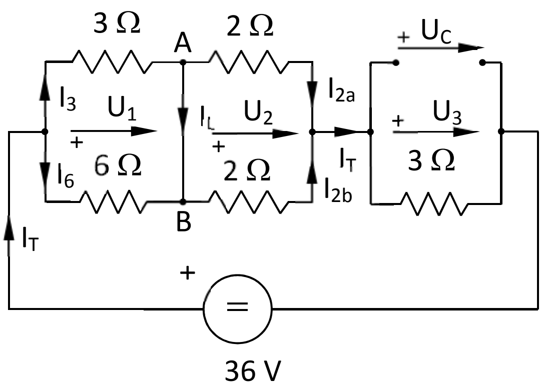
$$w_C(t=10) = \frac{1}{2} C U_C^2 = \frac{1}{2} 0{,}005 \cdot 18^2 = 0{,}81\,J$$
$$w_L(t=10) = \frac{1}{2} L I_L^2 = \frac{1}{2} 0{,}002 \cdot 1^2 = 0{,}001\,J$$

Otra forma: (por divisores de tensión)



$$U_1 = 36 \frac{2}{2+1+3} = 12\,V$$
$$U_2 = 36 \frac{1}{2+1+3} = 6\,V$$
$$U_3 = 36 \frac{3}{2+1+3} = 18\,V$$

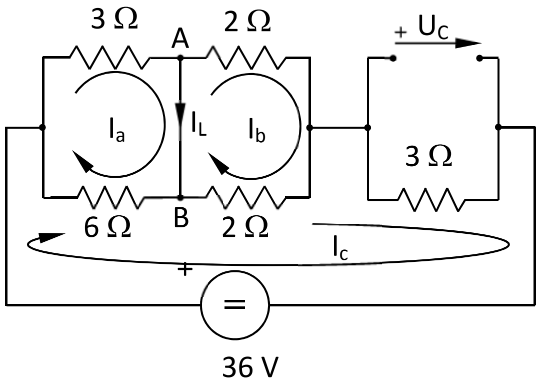
Entonces:



$$I_3 = \frac{12}{3} = 4\,A \qquad I_6 = \frac{12}{6} = 2\,A$$
$$I_{2a} = \frac{6}{2} = 3\,A \qquad I_{2b} = \frac{6}{2} = 3\,A$$

$$I_L = I_3 - I_{2a} = 4 - 3 = 1\,A$$
$$I_L = I_{2b} - I_6 = 3 - 2 = 1\,A$$

Otra forma: (por mallas)



Aplicando escritura directa:

$$\begin{bmatrix} 3+6 & 0 & -6 \\ 0 & 2+2 & -2 \\ -6 & -2 & 6+2+3 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} I_a \\ I_b \\ I_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 36 \end{bmatrix}$$

y resolviendo el sistema de ecuaciones:

$$I_a = 4\,A$$
$$I_b = 3\,A$$
$$I_c = 6\,A$$

La intensidad que circula por la bobina vale:

$$I_L = I_a - I_b = 4 - 3 = 1\,A$$

y la tensión en bornes del condensador:

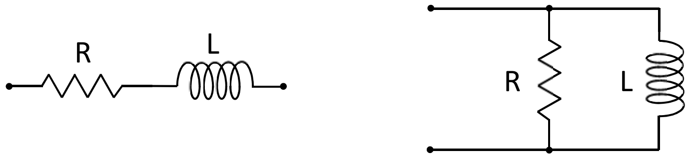
$$U_C = 3 \cdot I_c = 3 \cdot 6 = 18\,V$$

Cuestión 4: Si se alimenta una impedancia con una tensión continua de 230 V absorbe una potencia de 13225 W. Si esta misma impedancia se alimenta con una tensión sinusoidal de 230 V y 50 Hz, absorbe una potencia activa de 8464 W y absorbe una determinada potencia reactiva. Calcular los valores de los elementos que constituyen dicha impedancia y dibujarlos.

<u>Solución:</u>

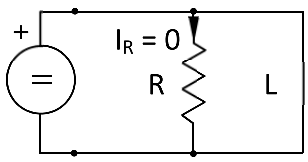
En el enunciado se dice que, cuando se alimenta con una tensión sinusoidal, la impedancia consume potencia activa y potencia reactiva. Esto significa que, expresada en forma compleja, la impedancia está formada por una parte real (la que consume potencia activa) y una parte imaginaria mayor que cero (la encargada de consumir potencia reactiva), es decir, se trata de una impedancia de carácter inductivo.

Hay dos opciones en la forma en la que pueden estar conectadas la resistencia y la bobina: en serie o en paralelo.



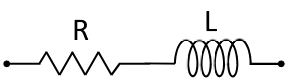
Opción a) Opción b)

En el enunciado se dice que al alimentar la impedancia con una tensión continua, ésta absorbe una potencia. Este hecho descarta inmediatamente la opción b), ya que, en esta situación, la bobina se comporta como un circuito y no circulará intensidad por la resistencia y, en consecuencia, no absorbería potencia.



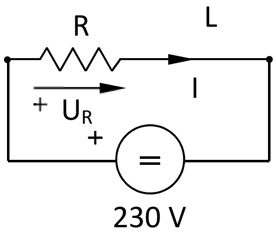
Opción b): Imposible

Así pues, la opción válida es la a).



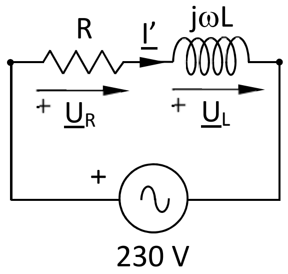
Opción a)

Si se alimenta la impedancia con una tensión continua, absorbe una potencia P = 13225 W:



$$P = 13225 = \frac{U_R^2}{R} \quad \Rightarrow \quad R = \frac{U_R^2}{P} = \frac{230^2}{13225} = 4\,\Omega$$

Si se alimenta la impedancia con una tensión sinusoidal de 230 V y 50 Hz, ésta absorbe una potencia activa P’ = 8464 W y cierta potencia reactiva.



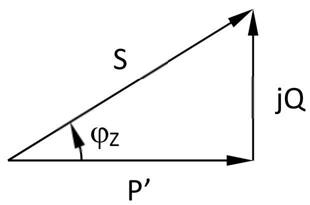
Como potencia activa la absorbe la parte real de la impedancia, se tiene que:

$$P' = 8464 = I'^2 \cdot R \quad \Rightarrow \quad I' = \sqrt{\frac{P'}{R}} = \sqrt{\frac{8464}{4}} = 46\,A$$

y la potencia aparente que consume la impedancia en estas condiciones vale:

$$S = U' \cdot I' = 230 \cdot 46 = 10580\,VA$$

Dibujando el triángulo de potencias:



se ve que, aplicando Pitágoras, la potencia reactiva que absorbe la impedancia vale:

$$Q = \sqrt{S^2 - P'^2} = \sqrt{10580^2 - 8464^2} = 6348\,var$$

La potencia reactiva es absorbida por la parte imaginaria de la impedancia, y vale:

$$Q = \omega L \cdot I'^2 = 6348\,var$$

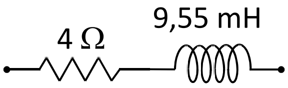
por lo que:

$$\omega L = \frac{Q}{I'^2} = \frac{6348}{46^2} = 3\,\Omega$$

Entonces:

$$L = \frac{3}{\omega} = \frac{3}{2\pi f} = \frac{3}{100\pi} = 9{,}55\,mH$$

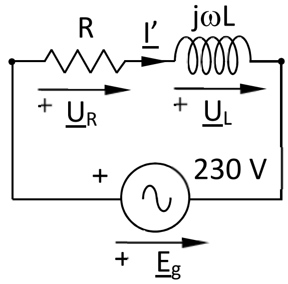
La impedancia pedida está formada por una resistencia de 4 Ω en serie con una bobina de 9,55 mH, tal y como puede verse en la figura siguiente.



Otra forma:

Se determina, de igual manera que anteriormente, el valor de la resistencia y el valor de la intensidad que circula por la impedancia cuando se alimenta con una tensión sinusoidal:

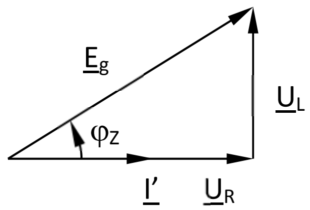
$$R = 4\,\Omega \text{ e } I' = 46\,A$$



Aplicando la 2ª LK:

$$\underline{E}_g = \underline{U}_R + \underline{U}_L$$

Como $\underline{U}_R$ está en fase con $\underline{I}'$ (se trata de la tensión en bornes de una resistencia) y $\underline{U}_L$ adelanta 90º a la intensidad $\underline{I}'$ (se trata de la tensión en bornes de una bobina), se tiene:



Aplicando Pitágoras y sabiendo que $U_R = R \cdot I'$, se determina U_L:

$$E_g^2 = U_R^2 + U_L^2 \quad \Rightarrow U_L = \sqrt{E_g^2 - U_R^2} = \sqrt{230^2 - (46 \cdot 4)^2} = 138\,V$$

Dado que:

$$U_L = X_L \cdot I' \quad \Rightarrow \quad X_L = \frac{U_L}{I'} = \frac{138}{46} = 3\,\Omega$$

Entonces:

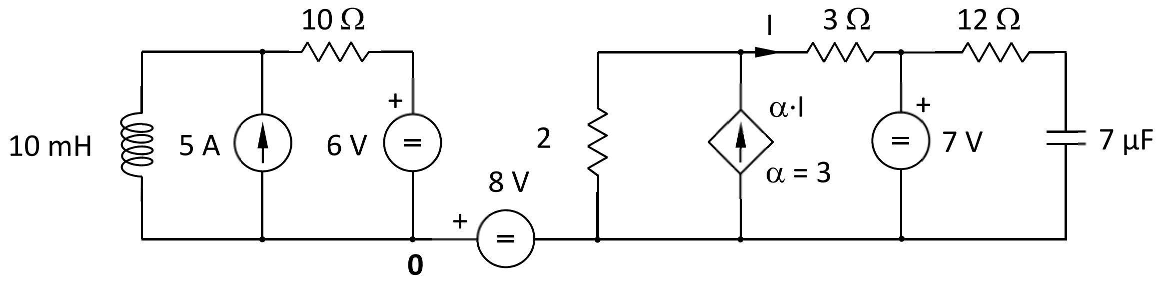
$$X_L = \omega L \quad \Rightarrow \quad L = \frac{X_L}{\omega} = \frac{3}{2\pi 50} = 9{,}55\,mH$$

Problema 1: Dado el circuito de la figura, utilizando el ***método de análisis por nudos*** y tomando el **nudo 0** como **nudo de referencia**: (las fuentes son de corriente continua y el circuito se encuentra en régimen estacionario)

a) Calcular las potencias cedidas por las fuentes.

b) Calcular las potencias absorbidas por todos los elementos pasivos.

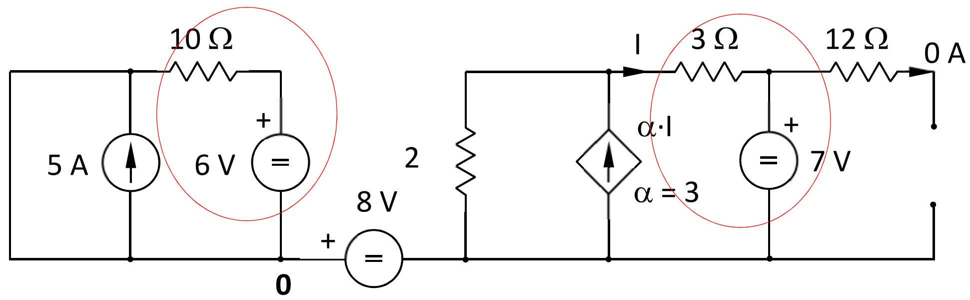
c) Comprobar que se verifica el balance de potencias en el circuito.



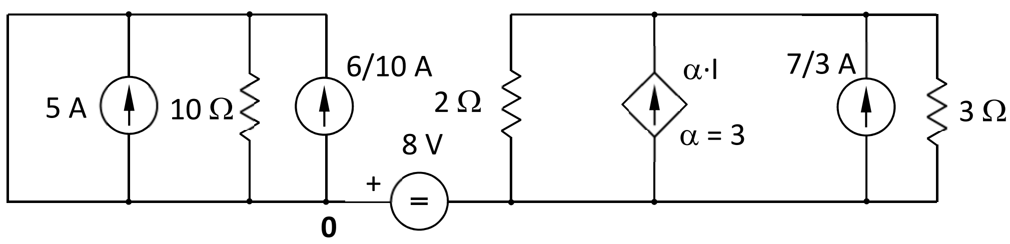
<u>*Solución:*</u>

Puede verse que en el circuito las fuentes son de corriente continua. Esto implica que, en régimen estacionario, la bobina se comporta como un cortocircuito y el condensador como un circuito abierto.

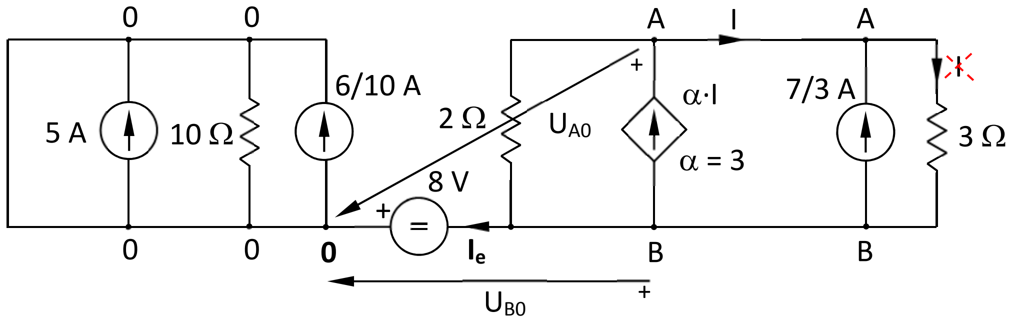
En estas condiciones, el circuito queda:



Como se pide que el circuito se analice por nudos y este método de análisis "prefiere" fuentes de intensidad, se transforman las fuentes reales de tensión (señaladas dentro de un círculo) en fuentes reales de intensidad.



Teniendo en cuenta la condición de que todos los elementos del circuito tiene que encontrarse entre dos nudos, y la condición de que todos los nudos del circuito que se estén unidos por un cortocircuito han de denotarse con el mismo nombre, en el circuito existen los nudos indicados en la figura siguiente.



Se trata pues de un circuito con tres nudos. Se toma el nudo 0 (tal y como indicaba el enunciado) como nudo de referencia, y se dibujan (ver circuito de arriba) las referencias de las dos tensiones de nudo (tensión de los *n*-1 nudos restantes al nudo de referencia).

Al haber en el circuito una fuente de tensión ideal (es decir, fuente que no es posible transformar en una fuente de corriente), añadimos como incógnita la intensidad que circula por dicha fuente, I_e. Esto nos obliga a añadir una ecuación adicional a las resultantes de aplicar el método de análisis por nudos al circuito.

Las ecuaciones correspondientes al método de análisis por nudos, aplicando escritura directa, son:

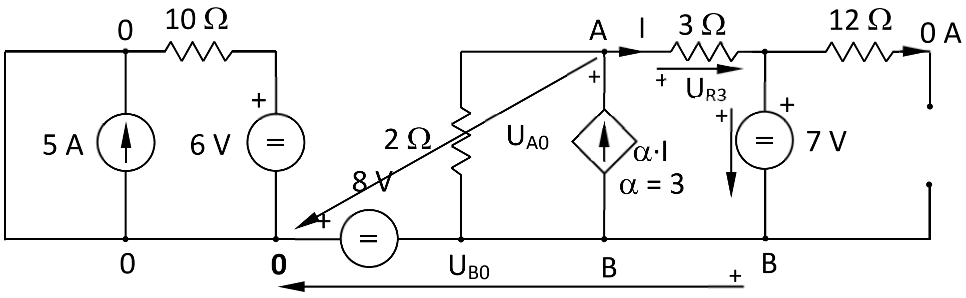
$$\begin{array}{cc} & \begin{array}{cc} \text{A} & \text{B} \end{array} \\ \begin{array}{c} \text{A} \\ \text{B} \end{array} & \left[\begin{array}{c|c} \frac{1}{2}+\frac{1}{3} & -\frac{1}{2}-\frac{1}{3} \\ \hline -\frac{1}{2}-\frac{1}{3} & \frac{1}{2}+\frac{1}{3} \end{array}\right] \end{array} \cdot \begin{bmatrix} U_{A0} \\ U_{B0} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3I+\frac{7}{3} \\ -3I-\frac{7}{3}-I_e \end{bmatrix}$$

En cuanto a las ecuaciones adicionales, habrá que escribir una debido a que, al existir una fuente ideal de tensión, se ha añadido una incógnita al problema. Esta ecuación se construye escribiendo la tensión de la fuente ideal en función de las incógnitas principales del método de análisis utilizado, es decir, en función de las tensiones de nudo:

$$8 = -U_{B0}$$

Es necesario establecer otra ecuación adicional debido a que el circuito contiene una fuente dependiente. Esta ecuación se construye escribiendo la variable de la cual depende la fuente dependiente en función de las incógnitas principales del método de análisis. Esta relación entre la variable de dependencia y las incógnitas del método de análisis es necesario establecerla en el circuito original, no en el circuito equivalente que se está analizando.

La fuente de intensidad dependiente depende de la intensidad I. Localizamos esta intensidad en el circuito original y la escribimos en función de las tensiones de nudo:



$$I = \frac{U_{R3}}{3} = \frac{U_{A0} - U_{B0} - 7}{3}$$

Reagrupando ecuaciones:

$$\begin{cases} (1) \quad \frac{5}{6}U_{A0} - \frac{5}{6}U_{B0} = 3I + \frac{7}{3} \\ (2) \quad -\frac{5}{6}U_{A0} + \frac{5}{6}U_{B0} = -3I - \frac{7}{3} - I_e \\ (3) \quad 8 = -U_{B0} \\ (4) \quad I = \frac{U_{A0} - U_{B0} - 7}{3} \end{cases}$$

Sumando (1) y (2) se obtiene:

$$I_e = 0$$

siendo este un resultado totalmente previsible a primera vista del circuito.

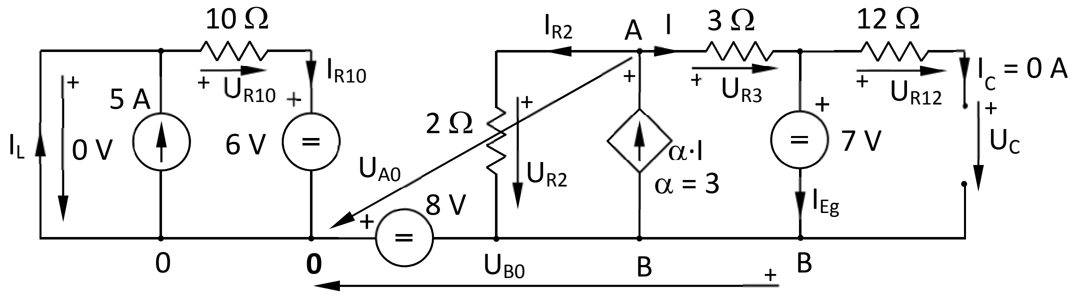
Resolviendo el sistema resultante:

$$\begin{cases} (1) \quad \frac{5}{6}U_{A0} - \frac{5}{6}U_{B0} = 3I + \frac{7}{3} \\ (3) \quad 8 = -U_{B0} \\ (4) \quad I = \frac{U_{A0} - U_{B0} - 7}{3} \end{cases}$$

se obtiene que:

$$U_{A0} = 20\,V$$
$$U_{B0} = -8\,V$$
$$I = 7\,A$$

Una vez analizado por nudos el circuito equivalente, para determinar las potencias absorbidas y cedidas que se piden, ***es necesario hacer los cálculos sobre el circuito original***. Para ello, se trasladan los resultados obtenidos en el método de análisis sobre el circuito equivalente a aquellos elementos del circuito original que no han intervenido en ninguna transformación y, a partir de estos valores, se hallan las tensiones e intensidades en el resto de elementos del circuito. De esta manera:



Aplicando la 2ª LK a la parte izquierda del circuito se tiene:

$$U_{R10} + 6 = 0 \quad \Rightarrow \quad U_{R10} = -6\,V$$

$$I_{R10} = \frac{U_{R10}}{10} = -0{,}6\,A$$

Aplicando la 1ª LK al nudo 0:

$$I_{R10} = 5 + I_L \quad \Rightarrow \quad I_L = -5{,}6\,A$$

Aplicando la 2ª LK:

$$U_{R2} = U_{A0} - U_{B0} \quad \Rightarrow \quad U_{R2} = 20 - (-8) = 28\,V$$

$$I_{R2} = \frac{U_{R2}}{2} = 14\,A$$

Por otra parte:

$$I_{Eg} = I = 7\,A$$

$$U_{R12} = 0\,V$$

$$U_C = 7\,V$$

a) Potencias cedidas por las fuentes (para las referencias indicadas):

$$P_{abs5A} = 5 \cdot 0 = 0\,W \quad \Rightarrow \quad P_{ced5A} = 0\,W$$

$$P_{abs6V} = 6 \cdot I_{R10} = 6 \cdot (-0{,}6) = -3{,}6\,W \quad \Rightarrow \quad P_{ced6V} = 3{,}6\,W$$

$$P_{ced3I} = 3I \cdot U_{R2} = 3 \cdot 7 \cdot 28 = 588\,W$$

$$P_{abs7v} = 7 \cdot 7 = 49\,W \quad \Rightarrow \quad P_{ced7V} = -49\,W$$

b) Potencias absorbidas por los elementos pasivos:

$$P_{absL} = 0 \cdot I_L = 0\,W$$

$$P_{abs10\Omega} = I_{R10}^2 \cdot 10 = (-0{,}6)^2 \cdot 10 = 3{,}6\,W$$

$$P_{abs2\Omega} = I_{R2}^2 \cdot 2 = 14^2 \cdot 2 = 392\,W$$

$$P_{abs3\Omega} = I^2 \cdot 3 = 7^2 \cdot 3 = 147\,W$$

$$P_{abs12\Omega} = I_{R12}^2 \cdot 12 = 0\,W$$

$$P_{absC} = U_C \cdot I_C = 7 \cdot 0 = 0\,W$$

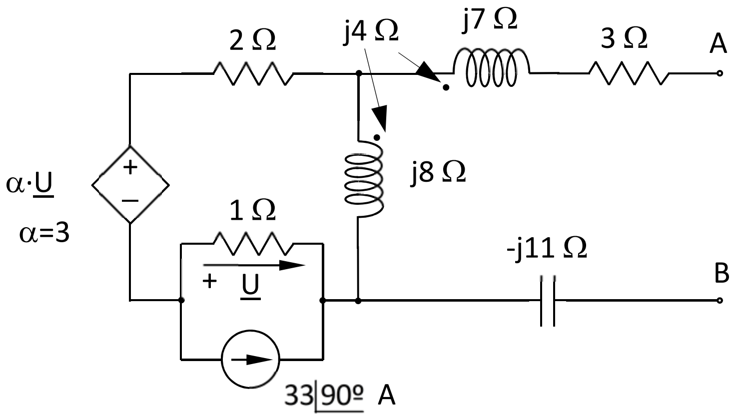
c) Balance de potencias del circuito:

$$\sum P_{ced\ fuentes} = \sum P_{abs\ elementos\ pasivos}$$

$$0 + 3{,}6 + 588 - 49 = 0 + 3{,}6 + 392 + 147 + 0 + 0$$

$$542{,}6\,W = 542{,}6\,W$$

Problema 2: Calcular la impedancia compleja que conectada entre los terminales A y B del dipolo de la figura absorbe la máxima potencia activa. Calcular dicha potencia.

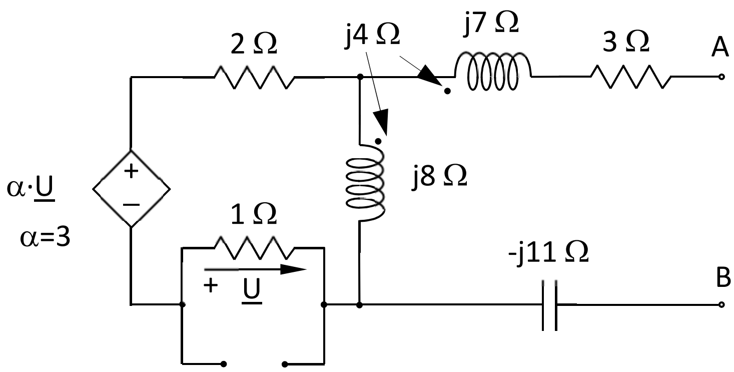


Solución:

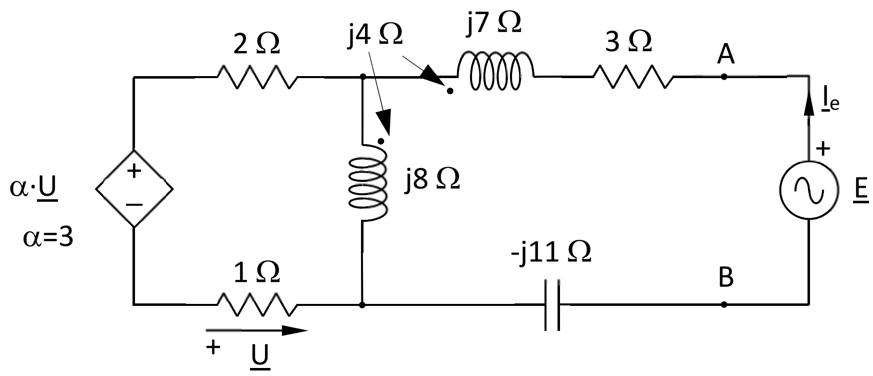
El Teorema de la máxima transferencia de potencia dice: Si se tiene un dipolo activo caracterizado por su equivalente Thévenin, la impedancia que conectada entre sus terminales absorbe la máxima potencia activa es aquella cuyo valor es igual al complejo conjugado de la impedancia Thévenin de dicho dipolo activo.

Así pues, se va a determinar la impedancia equivalente del dipolo pasivo correspondiente al dipolo activo del problema. Para ello, lo primero a realizar es ***transformar el dipolo en pasivo***, esto es, hay que anular las fuentes independientes de dicho dipolo. En este caso, hay que hacer cero la fuente de intensidad independiente, es decir, convertirla en un circuito abierto.

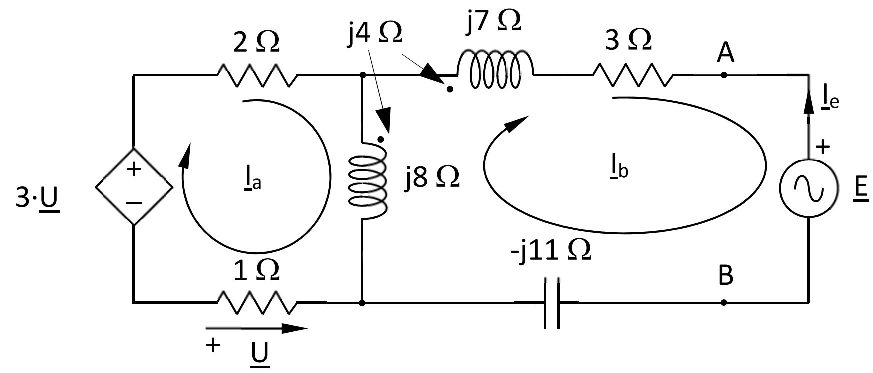
El dipolo pasivo queda:



Para determinar la impedancia equivalente del dipolo pasivo vista entre los terminales A y B, al existir en el circuito una fuente dependiente y bobinas acopladas magnéticamente, es necesario conectar una fuente ideal de tensión auxiliar entre esos terminales, y determinar la relación entre la tensión de dicha fuente y la intensidad que circula por ella en estas condiciones.



Para determinar esta relación, se va a emplear el método de análisis por mallas.



Las ecuaciones de ambas mallas son:

Malla a: $2\underline{I}_a + j8(\underline{I}_a - \underline{I}_b) + j4\underline{I}_b + 1\underline{I}_a - 3\underline{U} = 0$

Malla b: $j7\underline{I}_b - j4(\underline{I}_b - \underline{I}_a) + 3\underline{I}_b + \underline{E} - j11\underline{I}_b + j8(\underline{I}_a - \underline{I}_b) - j4\underline{I}_b = 0$

Como en el circuito hay una fuente dependiente, es necesario establecer una ecuación adicional:

Ec. adicional: $\underline{U} = -1\underline{I}_a$

Agrupando las ecuaciones:

$$\begin{cases} (3+j8)\underline{I}_a - j4\underline{I}_b - 3\underline{U} = 0 & (1) \\ -j4\underline{I}_a + (3-j4)\underline{I}_b = \underline{E} & (2) \\ \underline{U} = -\underline{I}_a & (3) \end{cases}$$

De (1) y (3):

$$(3+j8)\underline{I}_a - j4\underline{I}_b + 3\underline{I}_a = 0 \;\Rightarrow\; (6+j8)\underline{I}_a - j4\underline{I}_b = 0 \;\Rightarrow\; \underline{I}_a = \frac{j4\underline{I}_b}{6+j8}$$

Sustituyendo en (2):

$$-j4\frac{j4}{6+j8}\underline{I}_b + (3-j4)\underline{I}_b = \underline{E} \;\Rightarrow\; -(3{,}96 - j5{,}28)\underline{I}_b = \underline{E}$$

Y como $\underline{I}_b = -\underline{I}_e$:

$$(3{,}96 - j5{,}28)\underline{I}_e = \underline{E}$$

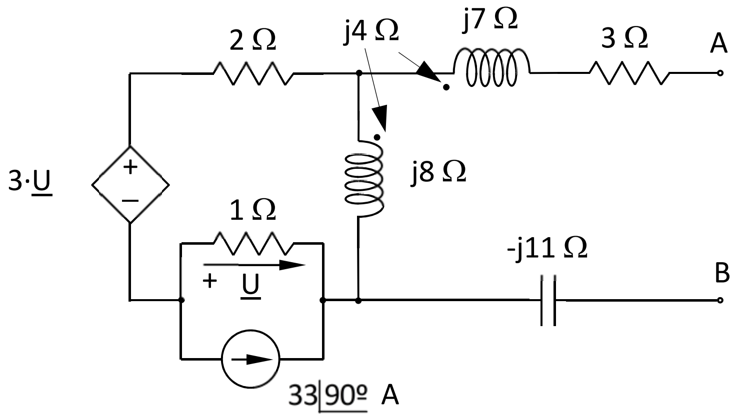
Por lo tanto:

$$\underline{Z}_{eq} = \frac{\underline{E}}{\underline{I}_e} = (3{,}96 - j5{,}28)\ \Omega = 6{,}6\underline{|-53{,}131º}\ \Omega$$

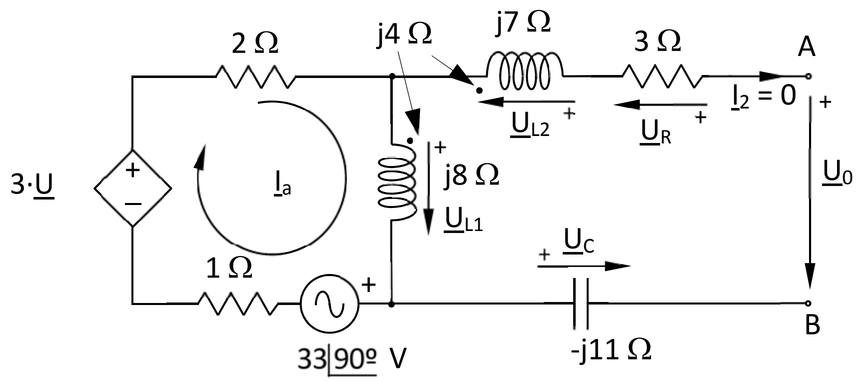
Así pues, la impedancia que colocada entre los terminales Ay B del dipolo absorbe la máxima potencia es:

$$\underline{Z}_{máx} = \underline{Z}_{eq}^* = (3{,}96 - j5{,}28)^* = (3{,}96 + j5{,}28)\ \Omega = 6{,}6\underline{|53{,}131º}\ \Omega$$

Para calcular la potencia que absorbe esta impedancia, y dado que ya se ha calculado la impedancia Thévenin, lo más rápido es determinar la tensión a circuito abierto del dipolo del problema y determinar así su equivalente Thévenin.



Transformando la fuente real de intensidad en su fuente real de tensión equivalente:



Aplicando la 2ª LK a la trayectoria cerrada de la parte derecha del circuito:

$$\underline{U}_0 = \underline{U}_R + \underline{U}_{L1} + \underline{U}_{L2} + \underline{U}_C$$

Como la intensidad $\underline{I}_2$ = 0, entonces:

$$\underline{U}_R = \underline{U}_C = 0$$

Por otra parte, para las bobinas acopladas:

$$\underline{U}_{L1} = j8\underline{I}_a$$
$$\underline{U}_{L2} = -j4\underline{I}_a$$

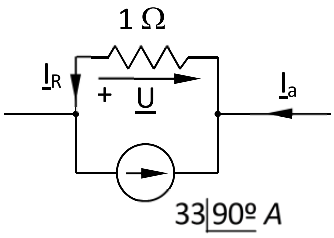
Sumando:

$$\underline{U}_0 = j8\underline{I}_a - j4\underline{I}_a = j4\underline{I}_a$$

Para determinar la intensidad $\underline{I}$, se aplica el método de análisis por mallas:

Malla a: $2\underline{I}_a + j8\underline{I}_a + 1\underline{I}_a + 33\underline{|90º} - 3\underline{U} = 0$

Como en el circuito hay una fuente dependiente, será necesario considerar una ecuación adicional. Volviendo al circuito original:



Por la 1ª LK:

$$\underline{I}_R = \underline{I}_a + 33\underline{|90º}$$

y aplicando la 1ª LK (de acuerdo con las referencias indicadas en la figura anterior):

$$\underline{U} = -1 \cdot \underline{I}_R = -\underline{I}_a - 33\underline{|90º}$$

Agrupando ecuaciones:

$$\begin{cases} 2\underline{I}_a + j8\underline{I}_a + 1\underline{I}_a + 33\underline{|90º} - 3\underline{U} = 0 \\ \underline{U} = -\underline{I}_a - 33\underline{|90º} \end{cases}$$

y despejando la intensidad:

$$(6 + j8)\underline{I}_a + 132\underline{|90º} = 0$$

$$\underline{I}_a = \frac{-132\underline{|90º}}{6 + j8}$$

$$\underline{I}_a = 13{,}2\underline{|-143{,}13º} \ \ A$$

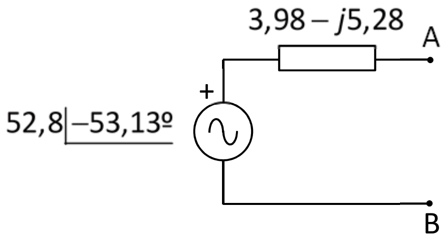
Dado que:

$$\underline{U}_0 = j4\underline{I}_a$$

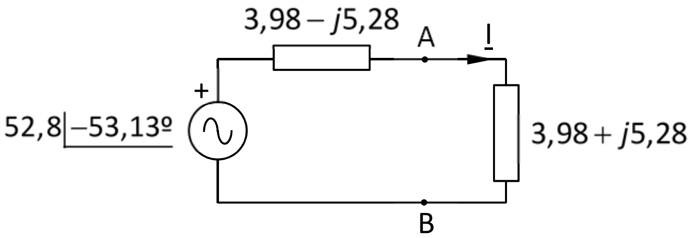
Entonces:

$$\underline{U}_0 = 4\underline{|90º} \cdot 13{,}2\underline{|-143{,}13º} = 52{,}8\underline{|-53{,}13º}$$

El equivalente Thévenin del dipolo del problema es:



Si se conecta en bornes del equivalente la impedancia que absorbe la máxima potencia:



la intensidad que circula por el circuito vale:

$$\underline{I} = \frac{52,8\angle -53,13º}{3,98 - j5,28 + 3,98 + j5,28} = \frac{52,8\angle -53,13º}{7,96\angle 0º} = 6,667\angle -53,13º \ \ A$$

Potencia activa la absorbe la parte real de la impedancia, por lo tanto, la potencia activa que absorbe la impedancia calculada es:

$$P_{abs\ Zmáx} = I^2 \cdot R_{máx} = 6,667^2 \cdot 3,98 = 176 \ \ W$$